



# 黑洞的经典与量子性质

高思杰, 郭敏勇, 马永革\*, 张宏宝

北京师范大学物理学系, 北京 100875

\*联系人, E-mail: [mayg@bnu.edu.cn](mailto:mayg@bnu.edu.cn)

收稿日期: 2022-01-25; 接受日期: 2022-03-17; 网络出版日期: 2022-06-15

国家自然科学基金(编号: 11775022, 11873044, 11875006, 11961131013, 12075026)资助项目

**摘要** 黑洞是基础物理中最为神秘的研究客体之一. 本文综述了我们过去围绕黑洞这一议题所取得的研究进展: 黑洞的观测图像与其中的光环与阴影, 黑洞热力学与第一定律, 黑洞的全息性质及其在超流动力学中的应用, 弱与强宇宙监督猜想以及借用黑洞对它们的检验, 圈量子引力对黑洞熵微观起源的量子几何解释.

**关键词** 光环, 黑洞阴影, 黑洞热力学, AdS/CFT对偶, 全息超流, 宇宙监督猜想, 黑洞熵, 圈量子引力

**PACS:** 04.70.Dy, 04.60.Pp, 04.70.-s, 04.20.Dw, 04.25.Dm

## 1 黑洞图像及其光环与阴影

2019年4月, 事件视界望远镜(EHT)合作组发布了人类历史上的首张黑洞照片<sup>[1]</sup>, 照片中的黑洞在真实的宇宙中位于距地球5300万光年的M87星系的中心, 拥有着超大的质量. 按照爱因斯坦的相对论, 超大质量黑洞附近的引力非常强, 以致于那里的时空区域有了明显的弯曲, 从而在该区域有很多远离黑洞运动的光子最终会被黑洞捕获, 因此, 从观测者的视角里, 会看到形成一片黑暗的区域, 称为黑洞阴影. 另一方面, 因为黑洞周围强大的引力作用, 会有一团物质被吸积在一起, 形成所谓的吸积盘, 在吸积的过程中, 有一部分引力势能转换为热辐射, 因此吸积盘一般被认为是在黑洞附近的明亮光源. 从吸积盘发出的光有一部分能到达人的眼睛里, 因此人们会看到吸积盘产生的像, 即一个明亮的结构. 我们发现, 黑洞照片实际呈现的

结果与爱因斯坦引力理论的预言符合得很好, 因此黑洞照片的面世是对爱因斯坦相对论正确性的强烈支持, 为黑洞在宇宙中的真实存在性提供了更新更直接更有力的证据. 2021年3月, EHT合作组又发布了清晰度更高的光子环(Photon Ring)的偏振照片<sup>[2]</sup>. 作为第一张照片的补充, 这张新的照片还可以揭示黑洞附近复杂的物理环境, 特别是可以用来还原黑洞外的磁层结构<sup>[3]</sup>. 由于黑洞外磁场的存在, 使得吸积盘内层电子被加速产生同步辐射, 这些同步辐射是线偏振光, 因为不同入射参数的光子在引力的作用下运动的轨迹不同, 部分光子被黑洞捕获, 部分光子能到达EHT, 于是形成光子环的偏振照片, 通过对光子环偏振结构的分析, 可以帮助人们得到黑洞附近的磁场构型, 这将进一步帮助人们认识黑洞吸积盘中的动力学过程. EHT合作组在黑洞拍照实验上取得的巨大进展, 不仅是对现有理论的验证, 也迫使物理学家思考如何对理论进行

**引用格式:** 高思杰, 郭敏勇, 马永革, 等. 黑洞的经典与量子性质. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 270002  
Gao S J, Guo M Y, Ma Y G, et al. Classical and quantum properties of black holes (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 270002, doi: 10.1360/SSPMA-2022-0039

完善从而能对黑洞照片更多丰富的细节给予定量的解释, 另外, 随着EHT分辨率的提高, 银河系中心黑洞照片的问世等更多实验方面的进步, 势必会对黑洞图像理论方面的研究提出更多的要求. 在黑洞图像的理论研究上, 受到关注较多的是黑洞光环、黑洞阴影等内容, 而且黑洞光环的存在和黑洞阴影的形成有紧密联系. 在EHT实验的影响下, 黑洞图像理论方面的研究在最近几年取得了一些比较大的进展. 为了便于大家了解该领域研究前沿的成果, 我们将针对黑洞图像研究中, 关于黑洞光环、黑洞阴影等内容已取得的理论方面的最新进展, 做一个简要的回顾. 但限于篇幅有限, 考虑到黑洞光环的概念最为基础, 因此, 先重点回顾黑洞光环的内容, 然后补充黑洞阴影的一些相关研究进展, 在最后作出总结性评述.

### 1.1 黑洞光环

简单来说, 黑洞光环(Light Ring)指的是黑洞视界外存在的圆形闭合光子轨道<sup>[4-6]</sup>. 更加严格的定义是, 如果类光测地线的切矢只是时空中Killing矢量的组合, 那么这样的类光测地线称为光环. 因为大多数时候我们面对的物理问题的时空背景都是稳态轴对称的, 因此本文将注意力放在稳态轴对称时空的黑洞光环性质的介绍上. 对于一般稳态轴对称的时空, 在准-各向同性(Quasi-Isotropic)坐标系 $\{t, r, \theta, \phi\}$ 中, 度规可以表示为 $ds^2 = g_{tt}(r, \theta)dt^2 + g_{rr}(r, \theta)dr^2 + 2g_{t\phi}(r, \theta)dtd\phi + g_{\theta\theta}(r, \theta)d\theta^2 + g_{\phi\phi}(r, \theta)d\phi^2$ , 这里, 时间坐标 $t$ 和方位角坐标 $\phi$ 是时空的Killing坐标,  $r$ 是径向坐标,  $\theta$ 是极角坐标, 并且, 还假设了时空具有圆状性(Circularity), 即借助规范固定了 $g_{r\theta} = 0$ <sup>[7]</sup>. 时空中, 光子的运动轨迹是类光测地线, 切矢可以一般表示为 $p^\mu = (\dot{t}, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi})$ , 其运动方程满足

$$g_{rr}\dot{r}^2 + g_{\theta\theta}\dot{\theta}^2 + V(r, \theta) = 0, \quad (1)$$

式中,  $V(r, \theta) = -\frac{1}{D}(E^2g_{\phi\phi} + 2ELg_{t\phi} + L^2g_{\theta\theta})$ 是有效势能, 其中 $D \equiv g_{t\phi}^2 - g_{tt}g_{\phi\phi}$ ,  $E$ 和 $L$ 分别是光子的能量和角动量. 如果这个时空存在黑洞, 设黑洞半径为 $r_h$ , 在视界上有 $D|_{r_h} = 0$ , 在视界外, 总有 $D > 0$ . 于是, 按照光环的定义, 知道光环一定满足方程 $\dot{r} = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ , 如果该方程有解 $\{r_{LR}, \theta_{LR}\}$ , 那么意味着该时空存在光环. 值得注意的是, 不是只有黑洞时空才存在光环, 在文献<sup>[8]</sup>中,

作者将存在光环的时空对应的天体称为超致密体(Ultracompact Object). 其中, 黑洞是有视界的超致密体, 无视界超致密体包括虫洞、玻色星、普罗卡星(Proca Stars)、格拉瓦星(Gravastars)和超密旋体(Super-spinars)等. 另外, 考虑光子的哈密顿方程, 我们有

$$\dot{p}_\mu = (\partial_\mu g^{rr} p_r^2 + \partial_\mu g^{\theta\theta} p_\theta^2 + \partial_\mu V) / 2. \quad (2)$$

由方程(1)和(2)可知, 在光环上等式 $V = \partial_\alpha V = 0$ 成立, 其中 $\alpha \in \{r, \theta\}$ . 于是, 可以进一步定义, 如果在光环上有 $\partial_\alpha^2 V > 0$ , 则称光环沿着 $\alpha$ 方向是稳定的, 反之则是不稳定的. 如果光环在两个方向上都是稳定的, 这样的光环称为稳定光环; 如果两个方向上都是不稳定的, 则称为不稳定光环; 如果一个方向稳定, 另一个方向不稳定, 文献中称为鞍点(Saddle)或者常规光环(Standard Light Ring)<sup>[5]</sup>. 特别地, 如果常规光环在径向 $r$ 上是不稳定的, 在角向 $\theta$ 是稳定的, 则称为正规光环(Normal Light Ring)<sup>[6]</sup>, 这种性质的光环在黑洞图像中有十分重要的物理意义, 具体原因我们稍后在黑洞阴影部分再做说明. 另外, 黑洞光环的存在对黑洞并合产生的引力波研究也有重要的作用<sup>[9, 10]</sup>.

因为光环在黑洞图像和引力波研究中的重要性, 所以在领域内引起了学者们的广泛关注. 最近几年比较重要的进展有: 2014年, Cardoso等人<sup>[8]</sup>针对几个半径大于 $2M$ 而小于 $3M$ 的球对称超致密星体模型, 做了相关研究发现, 这样的时空的赤道面上总是存在两个光环, 外面的光环在径向不稳定, 而内部的光环是稳定的. 他们进一步研究了这类时空在引力扰动的稳定性问题, 发现用有径向稳定光环的时空在线性扰动下会存在长期存在的准正则模式, 这意味着这样的时空在非线性扰动下是不稳定的, 也就是说这类时空不能稳定存在. 他们也对稳态轴对称时空做了讨论, 猜想拥有稳定光环的时空是动力学不稳定的. 2017年, Cunha等人<sup>[4]</sup>提出一种拓扑的方法证明, 在稳态轴对称渐近平直的时空中, 如果爱因斯坦场方程和零能量条件同时成立, 经典引力坍塌下天体的光环一定成对存在, 如果是无视界的超致密体(也就是说至少存在一个光环), 那么至少存在两个光环, 并且其中之一是稳定的, 这可能意味着无视界的超致密体时空是不能稳定存在的. 2020年, Cunha等人<sup>[5]</sup>将他们的拓扑方法推广到了包含黑洞的稳态轴对称渐近平直时空, 他们证明, 对于非极端黑洞, 在不同的转动方向上都至少存在一个

常规光环. 同年, 本研究团队<sup>[6]</sup>提出了一种更直接的方法, 除了能证明前面提到的结论外, 还进一步说明了常规光环一定是正规光环, 即在径向是不稳定的, 在角向是稳定的, 并且证明了对于极端黑洞, 将至少存在一个正规光环, 拓展了黑洞光环的基本性质. 另外, 该方法也可以应用于无视界的时空, 并且值得一提的是, 该方法不依赖于超致密体形成的历史过程, 在这一方面相对拓扑方法有一定的优势. 另外, 也有一些工作研究了稳态轴对称非渐近平直的时空的黑洞光环, 感兴趣的读者可以参考文献<sup>[11, 12]</sup>. 另外, 在光环的存在性以及与时空稳定性关系这一重要问题上, 最近也有了一些新的进展. 我们研究了准-黑洞(Quasiblack Hole)时空的光环与时空稳定性的问题<sup>[13]</sup>, 发现准-黑洞时空的参数存在一个临界值. 处于临界值时, 时空拥有一个退化的光环(即两个光环重合), 当高于临界值时, 这个时空不存在光环, 即零个光环, 当低于临界值时, 刚好存在两个光环, 并且一个是稳定光环, 另一个是正规光环(即径向不稳定, 角向稳定). 这个模型可以作为一个典型的例子, 通过调节光滑的单参数, 可以优雅地展示关于致密体存在光环个数的一般证明结论. 此外, 文章中还通过研究表明, 当参数低于临界值时, 即存在稳定光环时, 时空在引力线性扰动下会有长期存在模式产生, 意味着时空是不稳定的. 鉴于准-黑洞时空模型与Cardoso研究过的超致密星的模型有显著不同(超致密星的星体半径都是介于 $2M$ 与 $3M$ 之间, 准-黑洞模型不存在有限的星体半径), 因此准-黑洞模型作为一种存在光环的超致密体, 是对以往的超致密体稳定光环存在与时空不稳定性问题的一个新的补充<sup>[13]</sup>. 此外, 在最近的一篇文章<sup>[1]</sup>中, 作者考虑了爱因斯坦-麦克斯韦-标量模型中多个光环存在与时空稳定性的问题. 他们发现有黑洞在赤道面上存在3个光环, 其中一个光环是稳定的, 并且证实稳定的光环会对应于引力线性扰动下的长期存在模式, 即有稳定光环存在黑洞时空也是不稳定的.

## 1.2 黑洞阴影

黑洞阴影, 广义上是指, 存在某种光源其发出的光受到黑洞的影响, 有一部分光无法到达观者的眼睛里, 从而在观者的视野会看到一块灰暗的区域, 称为

黑洞阴影, 明暗区域的分界线称为阴影曲线(Shadow Curve). 而在狭义上讲, 黑洞阴影指的是球对称黑洞时空光子球或者稳态黑洞时空中光子球壳在固定观测角度时对应的临界曲线(Critical Curve). 严格来讲, 广义的阴影曲线与黑洞阴影临界曲线是不同的. 比如考虑史瓦西黑洞, 如果光源是赤道面上的光学薄盘, 这时候的阴影曲线半径 $r = 6.17M$ 大于黑洞阴影的临界曲线半径 $r = 5.19M$ <sup>[14]</sup>, 其中,  $M$ 是黑洞质量. 广义的黑洞阴影内容十分广泛, 限于篇幅, 这里简单回顾一下狭义的黑洞阴影, 即黑洞阴影临界曲线.

在上一小节, 已经介绍了黑洞光环. 实际上, 光环的概念是可以推广的, 推广之后的概念称为基本光子轨道(Fundamental Photon Orbit)<sup>[15]</sup>, 定义为 $s(\lambda)$ 是 $\mathcal{R} \rightarrow M$ 的一条仿射参数化的类光测地线, 如果 $s(\lambda)$ 被约束在一个紧致空间区域, 并且在等度规下, 对于任意 $\lambda \in \mathcal{R}$ , 存在大于零的数 $T$ , 使等式 $s(\lambda) = s(\lambda + T)$ 成立, 那么 $s(\lambda)$ 描述的类光测地线称为基本光子轨道. 对于前面提到的稳态轴对称时空,  $t, \phi$ 是Killing坐标, 它们对应的Killing矢量诱导的曲线是保度规的, 因此如果类光测地线满足 $r = \text{const}$ , 或者一般地 $r$ 和 $\theta$ 的组合是常数, 那么这样的轨道就是基本光子轨道, 显然, 前面介绍的光环是基本光子轨道中特殊的一类, 另外, 比较特别地, 对于可以分离变量的时空, 满足 $r = \text{const}$ 的基本光子轨道称为圆形光子轨道. 对于稳态轴对称时空, 所有基本光子轨道组成的集合称为光子球壳, 如果是球对称时空, 度规可以简化为 $ds^2 = g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2$ , 总是可以选取 $\theta = \pi/2$ , 因此这时所有基本光子轨道构成的集合称为光子球. 基本光子轨道在径向可能是稳定的, 也可能是不稳定的, 其中径向不稳定的基本光子轨道上的轨道, 一旦受到轻微的扰动, 将会掉入黑洞或者逃逸到无穷远. 逃逸出来的光子有些会到达观者的位置, 从而被看见, 所有这些从基本光子轨道上逃逸出来并且到达观者位置的光子会在观者的屏上形成一条曲线(一般是闭合的, 也存在不闭合的, 不闭合的例子见文献<sup>[16]</sup>), 称为黑洞阴影临界曲线. 于是可以看出, 如果光源是黑洞外杂乱无章的背景光, 或者等效成无穷大的球状光源向内打光, 观者看到的广义的黑洞阴影曲线就是黑洞阴影临界曲线, 也就是说, 在这时候对二

1) Guo G, Wang P, Wu H, et al. Quasinormal modes of black holes with multiple photon spheres. arXiv: 2112.14133 [gr-qc]

者就不需要做区分了. 最近几年, 很多黑洞的阴影得到了研究, 有兴趣的读者可以参考文献[17-21]. 值得注意的是, 光环作为基本光子轨道中最特殊的一类在对于黑洞阴影曲线的研究方面至关重要, 比如在Kerr时空中, 两条黑洞光环刚好是基本光子轨道最内和最外的边界, 而在史瓦西时空, 所有的基本光子轨道都是黑洞光环. 另外值得一提的是, 球对称黑洞阴影的临界曲线只与黑洞光环的半径有关, 而可分离变量的轴对称时空的黑洞阴影临界曲线不仅与基本光子轨道有关, 还与观测者的观测角有关, 特别地, 对于赤道面观者, 轴对称黑洞阴影左右最外边界点恰好对应于那两条黑洞光环. 狭义的黑洞阴影的边界外面是光子环结构. 由于黑洞的透镜效应, 光子在到达观者前可能已经绕黑洞转了很多圈, 这样会形成一系列的像, 越高阶的像越靠近临界曲线, 因而越能够反映黑洞时空的性质. 事实上, 由于高阶像到临界曲线的距离指数递减, 实际中, 初阶像与次阶像已经可以很好地反映高阶像的特征. 未来的观测手段有可能观测到这些高阶像, 这将使我们进一步加深对黑洞照片以及黑洞时空的认识.

### 1.3 小结

事件视界望远镜拍摄到的黑洞照片不仅是对广义相对论的直接验证, 而且可以为黑洞进一步的研究提供实验支持. 借助黑洞照片数据, 可以帮我们更好地理解黑洞时空的性质以及黑洞外复杂的物理环境. 本文回顾了与黑洞图像密切相关的黑洞光环最近几年的研究进展, 总结了时空中黑洞光环的普遍性质以及稳定光环与时空稳定性的关系. 为了内容的完整性, 也对黑洞阴影的基本内容做了介绍, 叙述了基本光子轨道的定义和基本性质, 阐释了黑洞阴影临界曲线与黑洞光环和基本光子轨道的关系, 澄清了黑洞阴影曲线与黑洞阴影临界曲线的区别, 并对黑洞阴影外的明亮光子环结构做了必要的说明.

## 2 黑洞热力学及其第一定律

经典黑洞是一个“只进不出”的单向模, 凡是落入黑洞的物体(包括光子)都不能从黑洞逃逸, 因此是不具备任何热力学属性的. 1973年, Bekenstein [22]发现稳态黑洞的质量、表面引力、面积等参量与普通热力学的能量、温度、熵等参量可以形式上建立对应关系,

并提出相应的黑洞热力学定律. 但这种对应还只是形式上的, 因为无法从物理本质上对经典黑洞的热力学性质做出预言. Hawking [23]在1975年首先将弯曲时空量子场论运用到黑洞时空中, 发现黑洞可通过量子效应辐射粒子, 而且辐射谱与黑体辐射相同. Hawking辐射的发现为黑洞热力学的建立奠定了坚实的基础, 黑洞作为真实热力学系统的观点被广泛接受并深入研究. 黑洞热力学的一个重要研究内容是黑洞热力学第一定律, 因为它能给出各热力学量之间的定量关系. 采用几何单位制, 即要求牛顿引力常数 $G = 1$ . 对于面积为 $A$ , 质量为 $M$ , 角动量为 $J$ , 电荷为 $Q$ 的黑洞, 容易验证满足如下关系 [24]:

$$\frac{1}{8\pi}\kappa\delta A = \delta M - \Omega_H\delta J - \Phi_H\delta Q, \quad (3)$$

其中,  $\kappa$ ,  $\Omega_H$ ,  $\Phi_H$ 分别为黑洞的表面引力、视界角速度、视界的电势. 实际上, 黑洞的熵及温度可分别表示为 $S = A/4$ ,  $T = \kappa/2\pi$ . 因此方程(3)就是大家熟知的热力学第一定律. 当给定黑洞度规后, 我们一般可以通过对黑洞的参数变分来验证方程(3)的正确性. Iyer和Wald [25]从微分同胚不变(Diffeomorphism-Invariant)的拉格朗日量出发, 导出了Noether charge的形式, 进而通过对稳态黑洞的微扰得到了黑洞热力学第一定律的一般证明. 这个证明不依赖于度规的具体形式, 甚至适用于广义相对论以外的引力理论, 因此得到广泛应用.

黑洞热力学第一定律虽然被大多数黑洞模型证实, 但也存在例外. 一些学者发现, 对于不存在奇点的一类黑洞(例如Bardeen黑洞), 以上的热力学第一定律是不成立的 [26-28]. 实际上, Bardeen黑洞可以用非线性电磁场生成 [29,30]. Rasheed [31]在1997年就推导出了一般的非线性电磁场黑洞的热力学第一定律, 但把Rasheed的第一定律应用到Bardeen黑洞时, 很容易验证结果是不成立的 [32].

为了得到正确的第一定律, 我们重新考察了Resheed的推导. 他的文章选取了一般的非线性电磁场与引力耦合的作用量:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{16\pi} R - h(F) \right], \quad (4)$$

其中,  $R$ 是时空曲率标量,  $F$ 是电磁场张量 $F_{ab}$ 对应的标量,  $h$ 是 $F$ 的任意函数. 通过对拉格朗日量变分, 并利

用Komar质量等定义, Resheed导出了非线性电磁场的黑洞第一定律:

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Phi_H \delta Q + \Psi_H \delta P, \quad (5)$$

式中,  $P$ 和 $\Psi_H$ 分别代表磁荷及磁势. 我们发现Bardeen等黑洞解并不能从方程(4)的作用量导出. 为此将函数 $h(F)$ 推广为更一般的形式, 即<sup>[32]</sup>

$$h = h(F, \beta_i), \quad (6)$$

其中,  $\beta_i$ 是黑洞的非动力学参数. 通常将作用量变分可以得到动力学方程, 但这里的非动力学参数是不参与变分的, 例如宇宙学常数 $\Lambda$ . 但是在推导热力学第一定律时, 非动力学参数会发挥作用. 按照这个思路, 我们重新进行了推导, 得到修正后的第一定律:

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Phi_H \delta Q + \Psi_H \delta P + \sum_i K_i \delta \beta_i, \quad (7)$$

其中,  $K_i$ 是包含 $\frac{\partial h}{\partial \beta_i}$ 的积分. 我们验证了典型的非线性电磁场黑洞(如Bardeen黑洞及Born-Infeld黑洞)都满足这个推广的第一定律. 进而利用标度率得到了Smarr公式, 即第一定律的积分形式:

$$M = \frac{\kappa A}{4\pi} + \Phi_H Q + \Psi_H P + \sum_i b_i K_i \beta_i. \quad (8)$$

我们的工作首次将作用量中的变量分为动力学及非动力学变量, 由此得到了此类黑洞的热力学第一定律的正确形式.

### 3 AdS/CFT对偶及其应用

在物理学中, 有一个一直以来的主题, 即试图通过少数几个原理去理解许多看上去很不一样的自然现象. 沿着这样的统一之路, 每一次统一都孕育着非常的应用. 在今天看来, 基础物理学基于这样的统一在20世纪渐渐归结为两大支柱理论, 即量子场论与广义相对论. 这两大支柱被证实可以非常成功地解释小到来自粒子加速器大到来自天文望远镜的各类数据. 尽管它们在各自领域获得了非常有效的成功, 但如何协调统一广义相对论与量子场论是自20世纪以来基础物理学中一直要试图解决的基本问题. 其中弦理论是实现这一统一的一种理论框架. 特别地, 受其启发而发展出的

AdS/CFT对偶以一种非常奇妙的方式把引力理论与量子场论联系起来. 据此, 引力动力学以一种全息的方式被储存在低一维的强耦合量子场论里, 反之亦然<sup>[33-35]</sup>. 定量地, 根据AdS/CFT对偶, 我们有如下词典:

$$e^{-S_{\text{onshell}}[\phi_0]} = \langle e^{\int d^d x \phi_0(x) O(x)} \rangle, \quad (9)$$

其中,  $\phi_0$ 有两重角色, 既作为高维经典引力理论在壳解在AdS边界的边界条件, 又作为低维强耦合量子理论算符对应的场源.

注意到我们自然界中存在大量强耦合量子体系, 而传统的方法处理强耦合体系能力有限. 这样的例子包括粒子物理中的量子色动力学以及夸克胶子等离子体, 凝聚态物理中的非费米液体与高温超导等. 而作为一种强弱对偶, AdS/CFT通过把强耦合体系问题转化为高一维经典引力中比较简单的计算, 从而为理解强耦合量子体系动力学提供了一套独一无二的强大工具. 更具体一点, 体内的静态带电黑洞所对应的边界体系是处于有限温度、有限化学势的平衡态量子体系. 而体内对黑洞的微小扰动会诱导出边界量子体系处于近平衡态, 因而这时用线性近似手段在两边都是自恰可行的. 实际上, 自从AdS/CFT对偶被提出后, 大家就开始运用全息引力, 试图为平衡态或近平衡态的强耦合量子体系动力学提供一些非常的洞见与普适的结果. 比如, 通过全息引力这一唯一可行的方法, 获得的对夸克胶子等离子体黏滞系数与熵密度的比值与实验数据很好地吻合<sup>[36]</sup>. 现在, 应用AdS/CFT已经成为一个非常活跃且竞争激烈的多学科交叉前沿研究领域<sup>[37-44]</sup>. 特别地, 人们发现AdS/CFT是描述超导超流比较有效的工具. 其相应的是一个爱因斯坦-麦克斯韦场与复标量场耦合的全息引力系统<sup>[45, 46]</sup>

$$S = \int d^4 x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{16\pi} \left( R + \frac{6}{L^2} \right) - \frac{1}{4} F_{ab} F^{ab} - (|D_a \phi|^2 + m^2 |\phi|^2) \right]. \quad (10)$$

在温度较高时, 其解是一个无标量毛的黑洞解, 对应于正常流体(导体); 而当温度低于某一临界温度时, 发生了二阶相变, 带标量毛的黑洞解热力学上更稳定, 对应于超流(超导). 我们过去在这个模型及其简单变种的基础上开展了不少研究<sup>[47-59]</sup>. 在探测极限下, 即不考虑物质场对背景几何的反作用, 只需要在如下黑洞背

景下

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[ - \left( 1 - \left( \frac{z}{z_h} \right)^3 \right) dt^2 - 2dt dz + dx^2 \right] \quad (11)$$

求解物质场的运动方程即可考察在有限温度下超导与超流的动力学. 特别地, 我们据此考察了与量子湍流相关的孤子以及涡漩的动力学, 取得了一系列有意义的研究成果.

(i) 在文献[51]中, 我们实现了对BEC型全息超流的数值模拟, 获得了在有限温度下量子湍流的普适行为. 其一, 在量子湍流阶段, 动量空间出现惯性区域使得动能满足Kolmogorov标度律:

$$E_{\text{kin}}(t, k) \propto k^{-\frac{5}{3}}. \quad (12)$$

此外, 正反涡漩对碰撞湮灭率是个常数, 即有

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t)^2. \quad (13)$$

最后当向系统注入能量时, 其是从大尺度向小尺度传播的, 然后在小尺度的涡漩核心处耗散掉.

(ii) 在文献[56]中, 考察了转动全息超流的不稳定性. 首先通过线性微扰的分析, 发现当超流转动角速度大于某一个临界值时, 会出现指数增长的准正则模式. 然后又通过完全非线性的数值模拟, 发现上述不稳定性会导致与超流转动方向相反的反涡漩在超流边缘产生, 再在Magnus力的作用下向中心移动. 因为这些反涡漩同性排斥, 所以最终它们在中心区域形成稳定的涡漩格子.

(iii) 在文献[57]中, 分别从线性微扰与完全非线性的数值模拟研究了全息超流中暗孤子的不稳定性. 结果发现, 无论对BEC型全息超流还是BCS型全息超流, 都存在一个低于从正常流体到超流相变的临界温度的温度, 在这个温度之上, 主导暗孤子不稳定的自加速模式, 而在这个温度之下, 暗孤子不稳定的主导模式来自蛇形不稳定性. 受此启发, 我们进一步发现, 通常带有耗散的描述弱耦合的超流模型(Gross-Pitaevskii方程)告诉我们有一个新的临界温度的存在. 期望这一发现可以在未来通过冷原子所形成的超流系统中得到验证.

(iv) 在文献[59]中, 分别从线性微扰与完全非线性的数值模拟研究了全息超流的朗道不稳定性. 据此发现, 当均匀超流速度大于声速时超流出现不稳定性, 导

致孤子与涡漩的产生, 形成暂态湍流, 耗散动能, 这反过来使超流的速度减小, 最终稳定到小于声速的某个速度的均匀超流. 整个过程是非线性的、混沌的, 因而超流末速度的大小依赖于初始加入的扰动. 尽管如此, 我们依然能够建立超流速度的减小与期间产生的孤子数之间的定量关系. 值得指出的是, 以上结果反过来能够帮助我们理解在文献[56]中发现涡漩为什么总是在转动超流的边缘产生: 因为边缘超流的线速度最大.

正如前述, 应用AdS/CFT对偶, 一个关键点是求解体内引力动力学的微分方程. 如果对偶体系有高度的对称性, 比如在时间上是静态或稳态的, 在空间上是均匀且各向同性的: 那么相应的体内微分方程一般是比较简单的, 甚至某些情形都有解析解. 但现实的物质世界常常是复杂的, 空间上不均匀, 也不各向同性, 在时间上也并不处于平衡态, 甚至远离平衡态. 面对现实物质世界的行为, 所对应的体内微分方程也是异常复杂的. 因而我们不得不发展数值方法去求解相应的引力动力学. 利用数值相对论的前沿技术求得引力动力学的解, 然后通过AdS/CFT对偶去考察其时空边界上各种量子体系的强耦合动力学与非平衡态过程. 这代表着应用AdS/CFT对偶最近的发展趋势.

## 4 宇宙监督猜想及其检验

早在20世纪60, 70年代, Penrose<sup>[60]</sup>与Hawking等人<sup>[61, 62]</sup>证明了一系列重要的奇点定理, 即根据爱因斯坦引力场方程, 满足某些合理物理条件的物质, 会在自引力坍缩下, 不可避免地形成时空奇点. 据此, 可以说广义相对论自身预言了其至少在时空奇点附近是明显失效的, 取而代之的应该是一个完备的量子引力理论, 比如弦理论或圈理论. 更有甚者, 如果上述引力坍缩所形成的时空奇点是裸露的, 或者是类时的, 那么即使远离奇点的时空区域, 只要其因果过去包含奇点, 那里的物理就没法通过广义相对论而被预言(因为我们要预言与奇点有过去因果联系的时空区域, 需要知道奇点附近的边界条件, 但这边界条件并不能由广义相对论本身自然地给出, 而是需要一个完备的量子引力理论才可以给出). 如是, 广义相对论就彻底失去了其可预言性. 为了确保广义相对论在远离奇点处的可预言性, 进而可以在各种天文观测中依然起到理论的指

导作用, Penrose等人<sup>[63,64]</sup>在20世纪60年代与70年代分别提出了其著名的弱宇宙监督猜想与强宇宙监督猜想. 其中弱宇宙监督猜想指出在引力坍缩下形成的时空奇点一般不是裸露的, 而是被黑洞包裹的. 于是, 对于黑洞外的观者, 广义相对论的可预言性得到了完全的恢复. 另一方面, 强宇宙监督猜想则要求在引力坍缩下形成的时空奇点一般是类空或类光的, 而不是类时的. 这样, 即使一个进入到黑洞内的观者, 在其没有最终抵达时空奇点附近之前, 其所观测到的物理现象也都可以依据广义相对论而得到预言. 由此可见, 宇宙监督猜想的正确与否直接决定了广义相对论是否具有可靠的预言能力. 正因为如此, 宇宙监督猜想自提出以来, 一直是引力物理中一个非常基本且异常重要的研究课题. 虽然通过思想实验、数值计算以及几何分析等方法所建立起来的越来越多的证据表明对于4维渐近平坦的引力系统, 无论是弱宇宙监督猜想, 还是强宇宙监督猜想, 应该都是正确的: 但是对其正确性的一般性数学证明依然缺乏<sup>[65]</sup>. 而且特别在近些年, 宇宙监督猜想的前沿研究呈现出了一些新的发展动态, 主要表现为以下几个方面.

(i) 检验弱宇宙监督猜想思想实验的优化. 这方面的进展起因于所谓的弱宇宙监督猜想的Hubeny违反. 基于Wald<sup>[66]</sup>早期提出的检验弱宇宙监督猜想的思想实验, Hubeny<sup>[67]</sup>在20世纪末发现4维渐近平坦的近极端黑洞可以被破坏掉从而形成裸奇点. 然而最近Sorce与Wald<sup>[68]</sup>通过Iyer-Wald框架巧妙地把物质场的自引力效应以及反作用效应考虑了进来, 优化了之前的思想实验, 然后利用物质场在黑洞视界处的类光能量条件:

$$T_{ab}l^a l^b \geq 0, \quad (14)$$

得出

$$f = M^2 - Q^2 - a^2 \geq 0. \quad (15)$$

这一条件总是被满足的(此处的 $l^a$ 是黑洞类光测地母线的切矢,  $M$ ,  $Q$ 以及 $a$ 分别对应Kerr-Newman (KN)黑洞的质量、电荷以及单位质量的角动量), 从而发现弱宇宙监督猜想在上述Hubeny所考虑的情形下被恢复了<sup>[68]</sup>.

(ii) 高维渐近平坦时空的弱宇宙监督猜想. 这方面研究的动机主要来自于弦论, 因为弦论预言高维时空

的存在. 人们近年来通过数值模拟发现, 不同于4维情形, 高维渐近平坦时空中的一些黑弦、瘦黑环, 甚至超大转速黑洞在微扰下会因为Gregory-Laflamme不稳定性而常常导致时空裸奇点的形成. 从而破坏了弱宇宙监督猜想<sup>[69-74]</sup>.

(iii) 渐近AdS时空的弱宇宙监督猜想. 这方面研究背后的物理动机来自于前述的把高一维引力理论与低一维量子场论联系起来AdS/CFT对偶. 人们最近通过数值模拟, 发现4维渐近AdS时空中的Einstein-Maxwell系统一般会有裸奇点的生成<sup>[75,76]</sup>, 但根据弦论绘景下的弱引力猜想, Einstein-Maxwell所构成的系统并不完备, 应该还包含至少一个荷质比大于等于1的物质场<sup>[77]</sup>. 令人惊讶的是, 当把弱引力猜想用于渐近AdS时空时, 结果发现裸奇点恰好不会生成, 因而弱宇宙监督猜想恢复了<sup>[78,79]</sup>.

(iv) 渐近dS时空的强宇宙监督猜想. 这方面研究部分是受当下描述宇宙的标准模型所驱使的, 因为为了解释当今宇宙的加速膨胀, 其中的宇宙学常数要求是正的. 在4维dS时空中, 人们最近发现带电黑洞外的微扰会因为dS时空自身的加速膨胀效应在晚期以较快的准正则模方式指数衰减, 这会消弱这些微扰进入黑洞沿着柯西视界的蓝移效应. 定量地, 只有当存在准正则模, 其虚部满足如下

$$\beta \equiv -\frac{\text{Im}(\omega)}{\kappa_-} < \frac{1}{2} \quad (16)$$

条件时(此处的 $\kappa_-$ 是柯西视界处的表面引力), 强宇宙监督猜想才是正确的. 但是对于近极端带电黑洞, 无论是中性标量场微扰, 还是耦合的电磁引力场微扰, 蓝移效应都会被上述准正则模的指数衰减彻底压制住, 使得观者可以穿过柯西视界进入到可以被类时奇点影响到的时空区域, 从而破坏了强宇宙监督猜想<sup>[80-82]</sup>. 另一方面, 人们发现, 当把微扰场作为量子场来考察时, 强宇宙监督猜想一般也不会被破坏<sup>[83-85]</sup>.

我们过去分别在弱宇宙监督猜想与强宇宙监督猜想的检验方面, 都做了些许研究. 现分述如下.

首先, Hubeny等人<sup>[67,86]</sup>分析得到了近极端黑洞视界被破坏的可能性, 但他们的方法和结论并不适用极端黑洞. 我们的一个工作<sup>[87]</sup>是发现即使对于极端黑洞, 宇宙监督猜想也存在被违反的可能性. 考虑极端KN黑洞, 其参数满足

$$M^2 = Q^2 + a^2. \quad (17)$$

这是一个轴对称稳态时空, 存在两个Killing矢量场 $t^a$ 及 $\phi^a$ , 对应时间对称性及空间旋转对称性. 时空中的电磁场由电磁4势 $A_a$ 描述. 考虑质量为 $m$ , 电荷为 $q$ 的粒子在黑洞外的运动, 在坐标系 $\{t, r, \theta, \phi\}$ 下, 粒子的4速可表示为

$$u^a = t \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^a + \dot{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} \right)^a + \dot{\theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \right)^a + \dot{\phi} \left( \frac{\partial}{\partial \phi} \right)^a, \quad (18)$$

其中,  $\dot{\phantom{x}}$ 代表对粒子固有时的导数. 粒子的轨迹可以由守恒的能量和角动量确定:

$$E = -t^a(mu_a + qA_a), \quad (19)$$

$$L = \phi^a(mu_a + qA_a), \quad (20)$$

与4速的归一化条件 $g_{ab}u^a u^b = -1$ 一起, 可解出粒子的能量. 由于粒子的4速是未来指向, 可得在黑洞视界外 $i > 0$ , 这个条件决定了如下不等式:

$$E > \frac{aL + qQr}{a^2 + r^2}. \quad (21)$$

这正是粒子落入黑洞所需满足的条件.

另一方面, 宇宙监督猜想被违背的条件是(即粒子落入黑洞后使黑洞参数发生变化, 不再满足视界存在的条件):

$$(E + M)^2 < (Q + q)^2 + \left( \frac{aM + L}{M + E} \right)^2. \quad (22)$$

显然方程(21)与(22)需要同时满足, 才有可能违背宇宙监督猜想. 既然采取检验粒子模型, 即粒子的质量、电荷、角动量与黑洞对应的量相比可忽略, 因此可以用级数展开的方法来处理这两个不等式. 容易证明, 在展开到线性项时, 这2个不等式是不可能同时有解的, 这正是文献[65]的结论. 我们展开到高阶项发现, 在一定条件下, 这两个方程是有共同解的. 这样的解首先要求黑洞的参数 $M, Q, a$ 均不为零, 而且粒子能量的选取需要精细调节, 只能选取特定数值附近很小区间的值, 区间范围是 $\Delta E \sim q^2/M$ 或 $\Delta E \sim L^2/M^3$ .

我们的工作首次构造了极端黑洞可能违背宇宙监督猜想的例子. 但由于粒子的能量取值非常敏感, 意味着在考虑粒子对时空的反作用或自力(Self-Force)等效后, 宇宙监督猜想可能仍然成立.

我们的另一个相关工作是研究非线性电磁场黑洞的宇宙监督猜想[88]. 前面提到的Bardeen黑洞可由非

线性电磁场作用量生成. 现在考虑更一般的静态黑洞解, 度规可写为

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2d\Omega^2, \quad (23)$$

其中,

$$f(r) = 1 - \frac{2m(r)}{r}. \quad (24)$$

一类非线性电磁场黑洞可由如下质量函数描述[89]:

$$m(r) = \frac{Mr^\mu}{(r^\nu + \hat{Q}^\nu)^{\frac{\mu}{\nu}}}. \quad (25)$$

可以证明 $M$ 和 $\hat{Q}$ 分别是黑洞的质量和磁荷. 考虑一个质量为 $m$ , 磁荷为 $g$ 的粒子在黑洞外运动. 定义

$$G_{ab} = \frac{\partial h}{\partial F} F_{ab}, \quad (26)$$

其中函数 $h$ 由方程(4)定义. 其对偶形式可表示为

$$*G_{ab} = \nabla_a \hat{A}_b - \nabla_b \hat{A}_a. \quad (27)$$

考虑粒子的径向运动, 则守恒的能量可表示为

$$E = t^a(mu_a - g\hat{A}_a). \quad (28)$$

仍然考虑极端黑洞, 其满足

$$\hat{Q}^\nu = (2M)^\nu \frac{(\mu - 1)^{\mu-1}}{\mu^\mu}. \quad (29)$$

可以证明, 粒子到达黑洞所需满足的条件是

$$E > \frac{g}{4} \left[ \frac{\mu^\mu}{(\mu - 1)^{\mu-1}} \right]^{\frac{1}{\nu}} \left[ 3 - 2(1 - 1/\mu)^{\frac{\mu}{\nu}} \right]. \quad (30)$$

另一方面, 如果粒子进入视界后能够让视界消失, 必须满足如下条件:

$$(\hat{Q} + g)^\nu > (2M + 2E)^\nu \frac{(\mu - 1)^{\mu-1}}{\mu^\mu}. \quad (31)$$

因此, 如果宇宙监督猜想被违反, 方程(30)和(31)要同时成立, 这等价于

$$2^\nu > \left( \frac{\mu}{\mu - 1} \right)^\mu. \quad (32)$$

容易证明, 该方程是有解的. 所以只要选取合适的参数, 黑洞视界是有可能被破坏的. 与前面讨论的KN黑洞不同, 这类非线性电磁场黑洞对粒子能量的选取并不非常敏感, 也就是说粒子能量 $E$ 可以不必限定在一个很小的范围, 也可能导致宇宙监督猜想的违背. 这



类黑洞包含一些无奇点黑洞(Regular Black Hole), 例如 Bardeen 黑洞, Reissner-Nordström-Taub-NUT 解也是一个无奇点黑洞, 其宇宙监督猜想的讨论可参考文献 [90].

我们发现如果将方程(25)中的  $\hat{Q}$  替换为  $\frac{2Q}{M}$ , 那么磁荷黑洞解就成为了带电量为  $Q$  的电荷黑洞 [89], 而带电荷粒子在电荷黑洞中的运动与磁荷粒子在磁荷黑洞中的运动完全对应. 这种电荷黑洞与磁荷黑洞的对偶关系实际是电场与磁场对称关系的反映.

另一方面, 如前所述, 过去高维渐近平坦时空弱宇宙监督猜想的破坏主要是通过数值相对论求解爱因斯坦场方程来发现的. 但在最近的工作中, 我们把 Sorce 与 Wald 优化的思想实验, 推广到 5 维 Myers-Perry 黑洞, 发现其是不会被破坏掉形成裸奇点的 [91]. 值得指出的是, 后来的大规模数值模拟也支持了这一结论 [73]. 这就启发我们在检验高维渐近平坦时空的弱宇宙监督猜想时, 比起大规模的数值模拟, 也许优化的思想实验可以得到同样的结果, 但却明显更为简便. 基于此, 优化的思想实验也被用于检验更高维度的带电黑洞, 结果发现这类黑洞也不会被破坏而形成裸奇点 [92]. 值得指出的是, 蒋杰等人 [93] 不仅进一步将此优化的思想实验用来检验黑洞视界是否被破坏掉, 而且还将其微扰近似从二阶推广到任意阶 [94, 95], 发现近极端的 Reissner-Nordstrom 黑洞和 KN 黑洞的视界在微扰下不能被破坏, 使弱宇宙监督猜想的有效性得到了进一步验证.

而在强宇宙监督猜想的检验方面, 考虑到带电黑洞的形成离不开带电物质场的参与, 因此分别考察了带电标量场与带电狄拉克场是否能够改变强宇宙监督猜想的命运. 结果表明, 只要所带电荷足够大(对于标量场, 所带电荷足够小也可以), 强宇宙监督猜想依然成立 [96, 97], 而且进一步发现这一行为对更高维带电 dS 黑洞也是正确的 [98, 99]. 值得指出的是, 上述结果也得到了国外同行的呼应与印证 [100-102].

就目前来看, 我们认为有两个有趣的研究方向. 其一, 对于在 AdS 时空中弱宇宙监督猜想与弱引力猜想的关系, 目前的研究方法主要是数值模拟. 一个有趣的问题是我们是否可以把上述优化的思想实验用于 AdS 时空, 从而解析地获取弱宇宙监督猜想与弱引力猜想之间的关系. 其二, 对于在 dS 时空中的强宇宙监督猜想, 目前所考察的量子场是标量场. 但注意到费米

子与玻色子遵从不同的统计, 因此我们有必要考察费米子在柯西视界处是否会表现出与前述标量场一样的行为, 其量子涨落也能保证强宇宙监督猜想的正确性.

## 5 黑洞熵及其量子几何解释

黑洞熵的 Bekenstein-Hawking 公式 [22, 23] 汇集了基础物理学的三大理论支柱, 即广义相对论、量子力学和统计力学. 一方面, 人们普遍认为黑洞熵的统计力学起源应该用引力的量子理论来解释 [103]. 另一方面, 从基本原理计算黑洞熵是对任何候选量子引力理论的重要检验. 虽然黑洞的事件视界的定义是全局的, 因此不适合描述局部物理, 但孤立视界的概念是准局域定义的 [104]. 研究表明, 黑洞的热力学定律可以推广为孤立世界的热力学定律 [105]. 人们通过圈量子引力理论 [106-109] 对某些孤立世界的熵进行了各种尝试性计算, 得到的结果都正比于视界的面积.

为此, 首先回顾黑洞视界的准局域定义——孤立视界. 4 维时空  $(\mathcal{M}, g_{ab})$  中配有法矢  $l^a$  的等价类  $[l]$  的三维类光超曲面  $\Delta$  称为孤立视界, 若其满足以下条件 [105]: (i)  $\Delta$  的拓扑为  $S^2 \times \mathbb{R}$ , 未来指向的  $l^a$  的等价类  $[l]$  定义为  $l \sim l'$ , 当且仅当  $l'^a = C l^a$ ,  $C$  为正常数; (ii) 任意类光法矢  $l^a$  的膨胀  $\theta_{(l)}$  在  $\Delta$  上为零; (iii) 场方程在  $\Delta$  上成立, 对于任何未来指向的类光法矢  $l^a$ ,  $\Delta$  处物质场的能动张量  $T_{ab}$  满足:  $-T^a_b l^b$  是未来指向的因果矢量; (iv) 对于与  $\Delta$  相切的所有矢量场  $V$  和所有  $l \in [l]$ ,  $[\mathcal{L}_l, \mathcal{D}]V = 0$ , 其中  $\mathcal{D}$  是由与度规适配的导数算符诱导的  $\Delta$  上唯一的协变导数,  $\mathcal{L}_l$  是沿  $l$  的李导数.

在圈量子引力框架下计算黑洞的熵, 可以考虑一个以某个孤立视界为内部边界的 4 维时空区域  $\mathcal{M}$ , 其初值位于内部边界为  $H = \mathcal{M} \cap \Delta$  的类空超曲面  $M$  上. 通常的做法如下, 首先利用协变相空间的方法 [110, 111], 得到  $H$  上的辛形式, 从而判断可以用什么样的理论刻画孤立视界的自由度; 然后使  $H$  上的量子理论与  $M$  上的圈量子引力的结构相一致; 最后计算给定视界面积的情况下对应的  $H$  上的微观自由度.

在早期的计算中, 人们通常只考虑有球对称性 [112] 或轴对称性 [113] 的孤立视界, 在  $H$  上可以得到以  $U(1)$  [114-116] 或  $SU(2)$  [112, 117] 为规范群的 Chern-Simons 理论. 需要注意的是, 由于孤立视界的特殊性质, 对应其面积的算符可以有两种可能的选择, 即所谓的标

准面积算符<sup>[115]</sup>和通量面积算符<sup>[118]</sup>, 两种选取最终都会得到黑洞熵正比于孤立视界的面积的结果, 但两者的比例系数的表达式有所不同<sup>[112, 118]</sup>. 此外, 基于与得到Chern-Simons理论不同的约化方法,  $H$ 的自由度还可以用 $SO(1, 1)$  BF拓扑理论来描述<sup>[119]</sup>, 这种约化的优点在于其不依赖于孤立视界的形状, 并且可以推广到高维时空的情况<sup>[120]</sup>. 因此, 以这个方案为基础, 上述圈量子引力框架下计算黑洞熵的方法得到了进一步的发展, 已经可以用于计算任意形状的孤立视界的熵<sup>[121]</sup>. 下面我们简要介绍这个最新的进展.

从 $M$ 上的广义相对论的Palatini作用量出发, 可以得到 $M$ 和 $H$ 上的如下辛结构<sup>[119, 122]</sup>:

$$\Omega(\delta_1, \delta_2) = \frac{1}{8\pi\gamma} \int_M 2\delta_{[1}\Sigma_i \wedge \delta_{2]}\mathcal{A}^i + \oint_H 2\delta_{[1}B \wedge \delta_{2]}A, \quad (33)$$

其中,  $\gamma$ 为Barbero-Immirzi参数<sup>[123]</sup>,  $M$ 上的共轭对为Ashtekar-Barbero  $SU(2)$ 联络1-形式 $\mathcal{A}^i$ 和由对偶3-标架 $e^i_a$ 构成的2-形式 $\Sigma_i = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}e^j \wedge e^k$ ,  $H$ 上的共轭对为 $SO(1, 1)$ 联络1-形式 $A$ 和局域定义的1-形式 $B$ . 由孤立视界的条件可得 $H$ 上的关系:  $\frac{1}{8\pi}\Sigma_i = dB$ 和 $dA = 0$ . 可见,  $H$ 上具有 $SO(1, 1)$  BF理论的辛结构. 因此, 在量子理论中, 可以将 $M$ 上的圈量子引力的自旋网络与 $H$ 的交点作为孤立视界的量子BF理论的源, 进而计算其在给定宏观条件下的微观自由度.

只考虑不转动的孤立世界 $\Delta$ , 并且在适当选取的 $\Delta$ 的分层下<sup>[124]</sup>, 假定 $H$ 的标量曲率几乎处处为正. 在此情况下, 孤立视界的形状信息都蕴含在 $H$ 上的诱导度规 $q_{ab}$ 中, 并且存在唯一的基准球面度规 $\hat{q}_{ab}$ 使得 $q_{ab} = \Omega^2 \hat{q}_{ab}$ , 其中的共形因子函数 $\Omega$ 正比于 $H$ 的面积元. 可以将 $H$ 划分成宏观上足够小的, 以 $\hat{q}_{ab}$ 衡量的面积相等的多个小片 $\{O^{(j)}\}$ 刻画其面积元, 小片的个数 $K$ 满足 $1 \ll K \ll \frac{a_H}{4\pi\gamma\ell_p^2}$ , 其中 $a_H$ 是以 $q_{ab}$ 衡量的 $H$ 的面积,  $\ell_p$ 为普朗克长度. 通过给这些小片指定一个次序, 可以得到一个相应的面积数序列 $\{a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(K)}\}$ , 满足 $\sum_{i=1}^K a^{(i)} = \frac{a_H}{4\pi\gamma\ell_p^2}$ , 称这个面积数序列为 $H$ 的形状. 考虑 $M$ 上的圈量子引力的基于图 $\Gamma$ 的自旋网络态, 则 $\Gamma$ 的一些边 $\{e_p\}$ 会与 $H$ 相交, 设有 $n$ 个交点且 $\{e_p\}$ 的磁量子数为 $\{m_p\}$  ( $m_p$ 都是半整数)<sup>[118]</sup>, 并在 $H$ 上采用通量面积算符, 则 $H$ 上BF理论的量子态可以由满足 $v_p = 2m_p$ 的非零的整数子序列 $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 标识<sup>[121]</sup>, 而在一个小片 $O^{(j)}$ 内的交点给 $O^{(j)}$ 贡献了一个整数序列:  $v^{(j)} \equiv (v_1^{(j)}, v_2^{(j)}, \dots, v_i^{(j)}, \dots)$ , 见图 1.

为了计算一个给定了形状的孤立视界的熵, 通常的做法是将 $M$ 内部的自由度求迹而去除, 即只考虑边界 $H$ 的自由度<sup>[115]</sup>. 由于微分同胚不变性, 可以只考虑小片序列 $\{O^{(j)}\}$ 及每个小片内的交点的微分同胚等价类, 而不必关注 $\{O^{(j)}\}$ 及交点的具体位置. 进一步假定, 每一个磁量子数序列 $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ 都能在 $M$ 上有对应的满足哈密顿约束的量子态. 于是, 边界 $H$ 上的希尔伯特空间 $\mathcal{H}_H$ 的维数等于满足如下条件的序列 $(v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots; v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots; \dots; v_1^{(K)}, v_2^{(K)}, \dots)$ 的个数<sup>[121]</sup>:

$$\sum_i |v_i^{(j)}| = a^{(j)}, \quad \forall j, \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^K v^{(j)} = 0, \quad (35)$$

其中,  $v^{(j)} \equiv \sum_i v_i^{(j)}$ 代表每个小片 $O^{(j)}$ 中的量子数, 约束(35)来自于 $H$ 的球面拓扑的要求.

利用生成函数的技术<sup>[125-128]</sup>, 可以为上述条件约束下的组合问题找到解析的解决方法. 用变量 $x_j$ 和 $z$ 的幂次分别代表小片 $O^{(j)}$ 中的一个交点贡献的面积数和磁量子数, 详细的分析可以给出如下生成函数<sup>[121]</sup>:

$$G(\{x_j\}, z) = \prod_{j=1}^K \frac{1}{1 - f(x_j, z)} = \prod_{j=1}^K \frac{(1 - zx_j)(z - x_j)}{z - 2x_j - 2z^2x_j + 3zx_j^2}. \quad (36)$$

将上式关于变量 $z, x_1, \dots, x_K$ 做幂级数展开, 其中的项 $z^0 \prod_{j=1}^K x_j^{a^{(j)}}$ 前面的系数就等于对应具有形状 $\{a^{(j)}\}$ 的

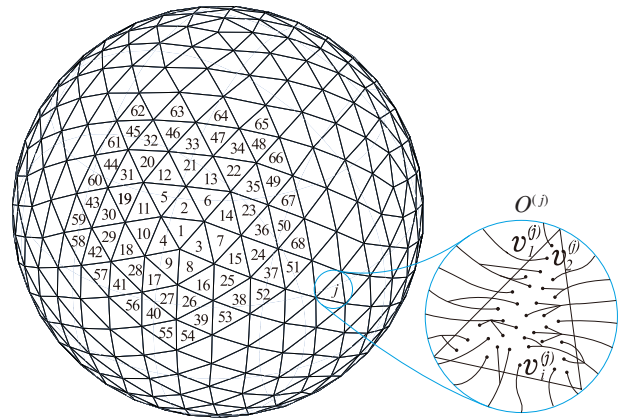


图 1 (网络版彩图)  $H$ 上的小片序列及其与自旋网络的交点  
Figure 1 (Color online) Ordering patches of  $H$  and their intersections with spin networks.

视界 $H$ 的满足方程(34)和(35)的量子态空间 $\mathcal{H}_H$ 的维数. 尽管对这个系数做解析计算仍然面临技术性的困难, 数值的方法已经可以模拟出 $H$ 的熵的表达式.

为了通过数值模拟给出孤立视界的熵 $S = \ln \mathcal{N}(\{a^{(j)}\})$ 的表达式, 基于以往的研究结果<sup>[118,119]</sup>假定其熵公式为以下形式:

$$S = \mu a + \sigma \ln a + \rho + \delta, \quad (37)$$

其中,  $a = \frac{a_H}{4\pi\gamma\ell_p^2}$ 是 $H$ 的总面积数,  $\mu$ ,  $\sigma$ 和 $\rho$ 为待定常数,  $\delta$ 代表由 $H$ 的不同形状引起的修正. 对小黑洞的数值计算显示<sup>[121]</sup>,  $\mu$ 以相对误差 $10^{-5}$ 趋近于 $\ln 3$ ,  $\sigma$ 以相对误差 $10^{-3}$ 趋近于 $-\frac{1}{2}$ , 小片数目 $K$ 在 $\rho$ 的阶数起作用, 而修正 $\delta$ 的阶数要高于 $\rho$ . 因此, 数值模拟给出的熵公式为<sup>[121]</sup>

$$S_0 = \frac{\ln 3}{\pi\gamma} \frac{a_H}{4\ell_p^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{a_H}{4\gamma\ell_p^2} + K \ln \frac{2}{3}. \quad (38)$$

此公式具有令人信服的特征, 其零阶项前面的系数 $\frac{\ln 3}{\pi\gamma}$ 与采用通量面积算符的其他方法计算的结果<sup>[118,119]</sup>一致, 次阶对数修正项前面的系数 $-\frac{1}{2}$ 与在 $H$ 上采用 $U(1)$  Chern-Simons理论的其他方法的计算结果<sup>[118,129]</sup>一致, 再次阶含 $K$ 的修正项当 $K = 1$ 时可以回到在 $H$ 上采用 $SO(1, 1)$  BF理论的球对称孤立视界的计算结果<sup>[119]</sup>. 进一步的数值计算显示<sup>[121]</sup>, 对于给定的小片数 $K$ , 球对称的黑洞的熵最大, 熵随着黑洞偏离球对称而减小; 熵公式(38)同样适用于大的黑洞, 数值计算给出的熵值 $S$ 满足<sup>[121]</sup>:

$$S_0 - \ln \frac{3}{\sqrt{2\pi}} \leq S < S_0 + \frac{1}{2} \ln 2.$$

总结来说, 黑洞熵的统计力学起源是涉及引力的微观性质的重要课题. 我们针对这一课题提出了以 $SO(1, 1)$  BF理论描述孤立视界的自由度和用面积数序列刻画视界的形状的方法, 为在圈量子引力框架下计算任意形状的黑洞的熵开辟了道路. 与用Chern-Simons理论描述孤立视界的方法<sup>[112-118]</sup>相比,  $SO(1, 1)$  BF理论的描述不依赖于孤立视界的形状, 并且适合于推广到高维时空的情况<sup>[120]</sup>. 当然, 该研究方案仍然有一些亟待解决的问题. 首先, 尽管考虑了黑洞的形状, 但其对熵公式(38)没有贡献, 原因在于它的效果体现在比常数阶更高阶的修正中, 其具体的修正形式是

一个值得进一步研究的问题. 其次, 生成函数的解析公式(36)适用于任意大小的黑洞, 如何利用它解析地导出黑洞熵的公式仍是一个待解的问题. 最后, 尽管在计算中没有考虑转动的黑洞, 熵公式(38)仍然可能适用于这类黑洞, 因为在孤立视界热力学第一定律中其角动量并不影响熵值. 可见, 检验我们的熵公式是否适用于带转动的任意黑洞也是值得进一步研究的课题.

## 6 总结与展望

黑洞图像是联系黑洞理论和观测的重要纽带. 本文第1节首先回顾了黑洞的光环和阴影方面的研究进展, 介绍了我们在黑洞光环的普遍性质、光环与时空稳定性的关系等方面的研究工作. 与之前其他作者的拓扑方法相比, 我们研究黑洞光环的新方法适用范围更广, 得到的结果更多, 我们通过研究黑洞光环与时空稳定性的关系, 首次发现准-黑洞时空的参数存在一个决定光环个数的临界值. 黑洞热力学定律反映了广义相对论与热力学统计物理之间的密切联系, 在不同的场合中检验黑洞热力学定律的有效性, 可以验证这种联系的普遍性. 本文第2节回顾了利用守恒荷证明黑洞热力学第一定律的一般方法, 介绍了我们在引力与一般的非线性电磁场耦合的情况下对黑洞热力学第一定律的证明. 我们的工作首次在作用量中区分了动力学和非动力学变量, 得到了Bardeen黑洞的热力学第一定律的正确形式. 黑洞的热力学熵正比于其视界的面积而不是体积, 这个独特的性质启发了对引力的全息性质的研究, 受弦论研究的启发, AdS/CFT对偶的思想和方法得到了广泛的发展. 本文第3节回顾了AdS/CFT对偶的一般性假设, 介绍了我们应用AdS/CFT对偶在与量子湍流相关的孤子和涡旋的动力学研究中取得的一系列成果. 这些成果展示了全息的思想方法在超流研究中的重要意义. 黑洞中心的奇性可能会严重破坏时空的因果性质, 为此Penrose提出了宇宙监督猜想, 以保证广义相对论在远离奇点处的可预言性. 本文第4节回顾了宇宙监督猜想的检验近年来的发展动态, 介绍了我们在这方面的一系列研究工作. 这些工作包括: 首次构造了极端黑洞可能违反宇宙监督猜想的例子, 证明了有非线性电磁场的黑洞存在违背宇宙监督猜想的可能性, 用优化的思想实验证明了5维Myers-Perry黑洞满

足弱宇宙监督猜想, 证明了在带点物质场的电荷足够大的情况下强宇宙监督猜想总是成立的. 上述工作很好地促进了宇宙监督猜想的研究. 用量子引力诠释黑洞熵的统计力学起源, 既是对广义相对论、量子力学和统计力学的综合, 也是检验候选量子引力的有效性的途径之一. 本文第5节回顾了用圈量子引力解释黑洞熵的几种研究方法, 介绍了我们利用边界BF理论和孤立视界面积数序列的方法对黑洞熵的研究工作. 我们的计算给出了与量子几何微观结构相关的, 含有量子修正的黑洞熵公式, 为在圈量子引力框架下计算任意形状、任意维数的黑洞的熵开辟了道路.

我们对黑洞的研究工作涉及面很广, 在未来的研究中, 希望能够将这些看似不同的方面有机结合起来.

比如, 一方面通过圈量子引力给出了黑洞熵的量子修正, 另一方面黑洞热力学第一定律可以由有微分同胚不变性的作用量通过系统的方法导出, 这两个方面工作的结合可能为圈量子引力的有效理论及其黑洞热力学定律的研究找到方向. 将这个方向发展下去, 还可能进一步研究有圈量子引力修正的黑洞的光环和阴影的性质, 从而寻找量子引力的可能观测效应, 也有可能借此研究圈量子引力修正对宇宙监督猜想的影响. 又如, 可以考虑将宇宙监督猜想的研究与黑洞光环和阴影的研究相结合, 考察违反宇宙监督猜想的黑洞的光环和阴影是否有独特的性质等. 我们相信, 对黑洞的经典和量子性质的深入研究将有助于揭示引力物理和自然的神奇奥秘.

## 参考文献

- 1 Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al. First M87 event horizon telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *Astrophys J Lett*, 2019, 875: L1
- 2 Akiyama K, Algaba J C, Alberdi A, et al. First M87 event horizon telescope results. VII. Polarization of the ring. *Astrophys J Lett*, 2021, 910: L12
- 3 Akiyama K, Algaba J C, Alberdi A, et al. First M87 event horizon telescope results. VIII. Magnetic field structure near the event horizon. *Astrophys J Lett*, 2021, 910: L13
- 4 Cunha P V P, Berti E, Herdeiro C A R. Light-ring stability for ultracompact objects. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251102
- 5 Cunha P V P, Herdeiro C A R. Stationary black holes and light rings. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 181101
- 6 Guo M, Gao S. Universal properties of light rings for stationary axisymmetric spacetimes. *Phys Rev D*, 2021, 103: 104031
- 7 Gourgoulhon E, Bonazzola S. Noncircular axisymmetric stationary spacetimes. *Phys Rev D*, 1993, 48: 2635–2652
- 8 Cardoso V, Crispino L C, Macedo C F, et al. Light rings as observational evidence for event horizons: Long-lived modes, ergoregions and nonlinear instabilities of ultracompact objects. *Phys Rev D*, 2014, 90: 044069
- 9 Maggio E, Buoninfante L, Mazumdar A, et al. How does a dark compact object ringdown? *Phys Rev D*, 2020, 102: 064053
- 10 Cook G B. Aspects of multimode Kerr ringdown fitting. *Phys Rev D*, 2020, 102: 024027
- 11 Wei S W. Topological charge and black hole photon spheres. *Phys Rev D*, 2020, 102: 064039
- 12 Zhang M, Jiang J. Shadows of accelerating black holes. *Phys Rev D*, 2021, 103: 025005
- 13 Guo M, Zhong Z, Wang J, et al. Light rings and long-lived modes in quasiblack hole spacetimes. *Phys Rev D*, 2022, 105: 024049
- 14 Gralla S E, Holz D E, Wald R M. Black hole shadows, photon rings, and lensing rings. *Phys Rev D*, 2019, 100: 024018
- 15 Cunha P V P, Herdeiro C A R, Radu E. Fundamental photon orbits: Black hole shadows and spacetime instabilities. *Phys Rev D*, 2017, 96: 024039
- 16 Hou Y, Guo M, Chen B. Revisiting the shadow of braneworld black holes. *Phys Rev D*, 2021, 104: 024001
- 17 Wang M, Chen S, Jing J. Shadows of Bonnor black dihole by chaotic lensing. *Phys Rev D*, 2018, 97: 064029
- 18 Zeng X X, Zhang H Q, Zhang H. Shadows and photon spheres with spherical accretions in the four-dimensional Gauss-Bonnet black hole. *Eur Phys J C*, 2020, 80: 872
- 19 Li G P, He K J. Shadows and rings of the Kehagias-Sfetsos black hole surrounded by thin disk accretion. *J Cosmol Astropart Phys*, 2021, 2021: 037
- 20 Chang Z, Zhu Q H. The observer-dependent shadow of the Kerr black hole. *J Cosmol Astropart Phys*, 2021, 2021: 003
- 21 Qian W L, Chen S, Shao C G, et al. Cuspy and fractured black hole shadows in a toy model with axisymmetry. *Eur Phys J C*, 2022, 82: 91
- 22 Bekenstein J D. Black holes and entropy. *Phys Rev D*, 1973, 7: 2333–2346
- 23 Hawking S W. Particle creation by black holes. *Commun Math Phys*, 1975, 43: 199–220

- 24 Bardeen J M, Carter B, Hawking S W. The four laws of black hole mechanics. *Commun Math Phys*, 1973, 31: 161–170
- 25 Iyer V, Wald R M. Some properties of the Noether charge and a proposal for dynamical black hole entropy. *Phys Rev D*, 1994, 50: 846–864
- 26 Fan Z Y. Critical phenomena of regular black holes in anti-de Sitter space-time. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 266
- 27 Ma M S, Zhao R. Corrected form of the first law of thermodynamics for regular black holes. *Class Quantum Grav*, 2014, 31: 245014
- 28 Ma M S. Magnetically charged regular black hole in a model of nonlinear electrodynamics. *Ann Phys*, 2015, 362: 529–537
- 29 Ayón-Beato E, García A. Regular black hole in general relativity coupled to nonlinear electrodynamics. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 5056–5059
- 30 Ayón-Beato E, García A. The Bardeen model as a nonlinear magnetic monopole. *Phys Lett B*, 2000, 493: 149–152
- 31 Rasheed D A. Nonlinear electrodynamics: Zeroth and first laws of black hole mechanics. arXiv: [hep-th/9702087](https://arxiv.org/abs/hep-th/9702087)
- 32 Zhang Y, Gao S. First law and Smarr formula of black hole mechanics in nonlinear gauge theories. *Class Quantum Grav*, 2018, 35: 145007
- 33 Maldacena J. The large  $N$  limit of superconformal field theories and supergravity. *Adv Theor Math Phys*, 1998, 2: 231–252
- 34 Witten E. Anti de Sitter space and holography. *Adv Theor Math Phys*, 1998, 2: 253–291
- 35 Gubser S S, Klebanov I R, Polyakov A M. Gauge theory correlators from non-critical string theory. *Phys Lett B*, 1998, 428: 105–114
- 36 Policastro G, Son D T, Starinets A O. Shear viscosity of strongly coupled  $N=4$  supersymmetric Yang-Mills plasma. *Phys Rev Lett*, 2001, 87: 081601
- 37 Casalderrey-Solana J, Liu H, Mateos D, et al. *Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014
- 38 Gursoy U, Kiritsis E, Mazzanti L, et al. Improved Holographic QCD. In: *From Gravity to Thermal Gauge Theories: The AdS/CFT Correspondence*. Lecture Notes in Physics (LNP, volume 828). Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. 79–146
- 39 Hartnoll S A. Lectures on holographic methods for condensed matter physics. *Class Quantum Grav*, 2009, 26: 224002
- 40 McGreevy J. Holographic duality with a view toward many-body physics. *Adv High Energy Phys*, 2010, 2010: 723105
- 41 Herzog C P. Lectures on holographic superfluidity and superconductivity. *J Phys A-Math Theor*, 2009, 42: 343001
- 42 Horowitz G T. Introduction to holographic superconductors. In: *From Gravity to Thermal Gauge Theories: The AdS/CFT Correspondence*. Lecture Notes in Physics (LNP, volume 828). Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. 313–347
- 43 Cai R G, Li L, Li L F, et al. Introduction to holographic superconductor models. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2015, 58: 060401
- 44 Iqbal N, Liu H, Mezei M. Lectures on holographic non-Fermi liquids and quantum phase transitions. arXiv: [1110.3814](https://arxiv.org/abs/1110.3814)
- 45 Hartnoll S A, Herzog C P, Horowitz G T. Building a holographic superconductor. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 031601
- 46 Hartnoll S A, Herzog C P, Horowitz G T. Holographic superconductors. *J High Energy Phys*, 2008, 2008: 015
- 47 Du Y, Lan S Q, Tian Y, et al. Dynamical stability of the holographic system with two competing orders. *J High Energy Phys*, 2016, 2016: 016
- 48 Guo M, Niu C, Tian Y, et al. Applied AdS/CFT with numerics. PoS, 2016, Modave2015: 003
- 49 Guo M, Lan S, Niu C, et al. Note on zero temperature holographic superfluids. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 127001
- 50 Li R, Tian Y, Zhang H, et al. Zero temperature holographic superfluids with two competing orders. *Phys Rev D*, 2016, 94: 046003
- 51 Lan S, Tian Y, Zhang H. Towards quantum turbulence in finite temperature Bose-Einstein condensates. *J High Energy Phys*, 2016, 2016: 092
- 52 Li R, Zi T, Zhang H. Holographic  $s + p$  insulator/superconductor phase transition at zero temperature. *Phys Lett B*, 2017, 766: 238–244
- 53 Li R, Zi T, Zhang H. Nonlinear evolution dynamics of holographic superconductor model with scalar self-interaction. *Phys Rev D*, 2018, 97: 086001
- 54 Li R, Chen X, Zi T, et al. Nonequilibrium condensation process of a holographic p-wave superconductor. *Phys Rev D*, 2018, 98: 046024
- 55 Gao M, Jiao Y, Li X, et al. Black and gray solitons in holographic superfluids at zero temperature. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 167
- 56 Li X, Tian Y, Zhang H. Generation of vortices and stabilization of vortex lattices in holographic superfluids. *J High Energy Phys*, 2020, 2020: 104
- 57 Guo M, Keski-Vakkuri E, Liu H, et al. Dynamical phase transition from nonequilibrium dynamics of dark solitons. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 031601
- 58 Li R, Wang J, Wang Y Q, et al. Nonequilibrium dynamical transition process between excited states of holographic superconductors. *J High Energy Phys*, 2020, 2020: 059
- 59 Lan S, Liu H, Tian Y, et al. Landau instability and soliton formations. arXiv: [2010.06232](https://arxiv.org/abs/2010.06232)
- 60 Penrose R. Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys Rev Lett*, 1965, 14: 57–59
- 61 Hawking S W, Penrose R. The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc R Soc Lond A*, 1970, 314: 529–548
- 62 Hawking S W, Ellis G F R. *Cambridge Monographs on Mathematical Physics: The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973
- 63 Penrose R. Gravitational collapse: The role of general relativity. *Riv Nuovo Cimento*, 1969, 1: 252–276

- 64 Hawking S W, Israel W. General Relativity, an Einstein Centenary Survey. Cambridge: Cambridge University Press, 1979
- 65 Wald R M. Gravitational collapse and cosmic censorship. arXiv: [gr-qc/9710068](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9710068)
- 66 Wald R. Gedanken experiments to destroy a black hole. *Ann Phys*, 1974, 82: 548–556
- 67 Hubeny V E. Overcharging a black hole and cosmic censorship. *Phys Rev D*, 1999, 59: 064013
- 68 Sorce J, Wald R M. Gedanken experiments to destroy a black hole. II. Kerr-Newman black holes cannot be overcharged or overspun. *Phys Rev D*, 2017, 96: 104014
- 69 Gregory R, Laflamme R. Black strings and p-branes are unstable. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 2837–2840
- 70 Lehner L, Pretorius F. Black strings, low viscosity fluids, and violation of cosmic censorship. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 101102
- 71 Figueras P, Kunesch M, Tunyasuvunakool S. End point of black ring instabilities and the weak cosmic censorship conjecture. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 071102
- 72 Figueras P, Kunesch M, Lehner L, et al. End point of the ultraspinning instability and violation of cosmic censorship. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 151103
- 73 Bantilan H, Figueras P, Kunesch M, et al. End point of nonaxisymmetric black hole instabilities in higher dimensions. *Phys Rev D*, 2019, 100: 086014
- 74 Andrade T, Empanan R, Licht D, et al. Black hole collisions, instabilities, and cosmic censorship violation at large  $D$ . *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 099
- 75 Horowitz G T, Santos J E, Way B. Evidence for an electrifying violation of cosmic censorship. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 195007
- 76 Crisford T, Santos J E. Violating the weak cosmic censorship conjecture in four-dimensional anti-de Sitter space. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 181101
- 77 Arkani-Hamed N, Motl L, Nicolis A, et al. The string landscape, black holes and gravity as the weakest force. *J High Energy Phys*, 2007, 2007(6): 060
- 78 Crisford T, Horowitz G T, Santos J E. Testing the weak gravity-cosmic censorship connection. *Phys Rev D*, 2018, 97: 066005
- 79 Horowitz G T, Santos J E. Further evidence for the weak gravity-cosmic censorship connection. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 122
- 80 Cardoso V, Costa J L, Destounis K, et al. Quasinormal modes and strong cosmic censorship. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 031103
- 81 Dias O J C, Reall H S, Santos J E. Strong cosmic censorship: Taking the rough with the smooth. *J High Energy Phys*, 2018, 2018: 1
- 82 Luna R, Zilhão M, Cardoso V, et al. Strong cosmic censorship: The nonlinear story. *Phys Rev D*, 2019, 99: 064014
- 83 Lanir A, Ori A, Zilberman N, et al. Analysis of quantum effects inside spherical charged black holes. *Phys Rev D*, 2019, 99: 061502
- 84 Zilberman N, Levi A, Ori A. Quantum fluxes at the inner horizon of a spherical charged black hole. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 171302
- 85 Hollands S, Wald R M, Zahn J. Quantum instability of the Cauchy horizon in Reissner-Nordström-de Sitter spacetime. *Class Quantum Grav*, 2020, 37: 115009
- 86 Jacobson T, Sotiriou T P. Overspinning a black hole with a test body. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 141101
- 87 Gao S, Zhang Y. Destroying extremal Kerr-Newman black holes with test particles. *Phys Rev D*, 2013, 87: 044028
- 88 Liu C, Gao S. Overcharging nonlinear electrodynamic black holes at linear order and the weak cosmic censorship conjecture. *Phys Rev D*, 2020, 101: 124067
- 89 Fan Z Y, Wang X. Construction of regular black holes in general relativity. *Phys Rev D*, 2016, 94: 124027
- 90 Feng W-B, Yang S-J, Tan Q, et al. Overcharging a Reissner-Nordström Taub-NUT regular black hole. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2021, 64: 260411
- 91 An J, Shan J, Zhang H, et al. Five-dimensional Myers-Perry black holes cannot be overspun in gedanken experiments. *Phys Rev D*, 2018, 97: 104007
- 92 Ge B, Mo Y, Zhao S, et al. Higher-dimensional charged black holes cannot be over-charged by gedanken experiments. *Phys Lett B*, 2018, 783: 440–445
- 93 Jiang J, Gao Y. Investigating the gedanken experiment to destroy the event horizon of a regular black hole. *Phys Rev D*, 2020, 101: 084005
- 94 Wang X Y, Jiang J. Gedanken experiments at high-order approximation: Nearly extremal Reissner-Nordström black holes cannot be overcharged. *J High Energy Phys*, 2020, 2020: 161
- 95 Sang A, Jiang J. Gedanken experiments at high-order approximation: Kerr black hole cannot be overspun. *J High Energy Phys*, 2021, 2021: 095
- 96 Mo Y, Tian Y, Wang B, et al. Strong cosmic censorship for the massless charged scalar field in the Reissner-Nordstrom-de Sitter spacetime. *Phys Rev D*, 2018, 98: 124025
- 97 Ge B, Jiang J, Wang B, et al. Strong cosmic censorship for the massless Dirac field in the Reissner-Nordstrom-de Sitter spacetime. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 123

- 98 Liu H, Tang Z, Destounis K, et al. Strong cosmic censorship in higher-dimensional Reissner-Nordström-de Sitter spacetime. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 187
- 99 Liu X, Van Vooren S, Zhang H, et al. Strong cosmic censorship for the Dirac field in the higher dimensional Reissner-Nordstrom-de Sitter black hole. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 186
- 100 Cardoso V, Costa J L, Destounis K, et al. Strong cosmic censorship in charged black-hole spacetimes: Still subtle. *Phys Rev D*, 2018, 98: 104007
- 101 Dias O J C, Reall H S, Santos J E. Strong cosmic censorship for charged de Sitter black holes with a charged scalar field. *Class Quantum Grav*, 2019, 36: 045005
- 102 Destounis K. Charged fermions and strong cosmic censorship. *Phys Lett B*, 2019, 795: 211–219
- 103 Rovelli C. Black hole entropy from loop quantum gravity. *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 3288–3291
- 104 Ashtekar A, Beetle C, Fairhurst S. Isolated horizons: A generalization of black hole mechanics. *Class Quantum Grav*, 1999, 16: L1–L7
- 105 Ashtekar A, Fairhurst S, Krishnan B. Isolated horizons: Hamiltonian evolution and the first law. *Phys Rev D*, 2000, 62: 104025
- 106 Ashtekar A, Lewandowski J. Background independent quantum gravity: A status report. *Class Quantum Grav*, 2004, 21: R53–R152
- 107 Rovelli C. *Quantum Gravity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005
- 108 Thiemann T. *Modern Canonical Quantum General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007
- 109 Han M, Ma Y, Huang W. Fundamental structure of loop quantum gravity. *Int J Mod Phys D*, 2007, 16: 1397–1474
- 110 Lee J, Wald R M. Local symmetries and constraints. *J Math Phys*, 1990, 31: 725–743
- 111 Ashtekar A, Bombelli L, Reula O. *The Covariant Phase Space of Asymptotically Flat Gravitational Fields. Mechanics, Analysis and Geometry: 200 Years After Lagrange*. Amsterdam: North-Holland Publishers, 1991
- 112 Engle J, Noui K, Perez A, et al. Black hole entropy from the SU(2)-invariant formulation of type I isolated horizons. *Phys Rev D*, 2010, 82: 044050
- 113 Ashtekar A, Engle J, Broeck C V D. Quantum horizons and black-hole entropy: Inclusion of distortion and rotation. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: L27–L34
- 114 Ashtekar A, Baez J, Corichi A, et al. Quantum geometry and black hole entropy. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 904–907
- 115 Ashtekar A, Baez J C, Krasnov K. Quantum geometry of isolated horizons and black hole entropy. *Adv Theor Math Phys*, 2000, 4: 1–94
- 116 Beetle C, Engle J. Generic isolated horizons in loop quantum gravity. *Class Quantum Grav*, 2010, 27: 235024
- 117 Engle J, Noui K, Perez A. Black hole entropy and SU(2) chern-simons theory. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 031302
- 118 Barbero G J F, Lewandowski J, Villaseñor E J S. Flux-area operator and black hole entropy. *Phys Rev D*, 2009, 80: 044016
- 119 Wang J, Ma Y, Zhao X A. BF theory explanation of the entropy for nonrotating isolated horizons. *Phys Rev D*, 2014, 89: 084065
- 120 Wang J, Huang C G. Entropy of higher dimensional nonrotating isolated horizons from loop quantum gravity. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 035026
- 121 Song S P, Li H D, Ma Y G, et al. Entropy of black holes with arbitrary shapes in loop quantum gravity. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2021, 64: 120411
- 122 Wang J, Huang C G. BF theory explanation of the entropy for rotating isolated horizons. *Int J Mod Phys D*, 2016, 25: 1650100
- 123 Immirzi G. Real and complex connections for canonical gravity. *Class Quantum Grav*, 1997, 14: L177–L181
- 124 Ashtekar A, Beetle C, Lewandowski J. Geometry of generic isolated horizons. *Class Quantum Grav*, 2002, 19: 1195–1225
- 125 Sahlmann H. Entropy calculation for a toy black hole. *Class Quantum Grav*, 2008, 25: 055004
- 126 Agulló I, Barbero G J F, Díaz-Polo J, et al. Black hole state counting in loop quantum gravity: A number-theoretical approach. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 211301
- 127 Agullo I, Barbero G J F, Borja E F, et al. Detailed black hole state counting in loop quantum gravity. *Phys Rev D*, 2010, 82: 084029
- 128 Barbero G. J F, Villaseñor E J S. Generating functions for black hole entropy in loop quantum gravity. *Phys Rev D*, 2008, 77: 121502
- 129 Domagala M, Lewandowski J. Black-hole entropy from quantum geometry. *Class Quantum Grav*, 2004, 21: 5233–5243

# Classical and quantum properties of black holes

GAO SiJie, GUO MinYong, MA YongGe\* & ZHANG HongBao

*Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*

A black hole is one of the most mysterious objects in fundamental physics. In this paper, we will review the recent developments in black hole physics, including the observational evidence of black holes through their characteristic photon ring and shadow, black hole thermodynamics and its first law, the holographic implication of black holes to super-fluid dynamics, cosmic censorship conjecture and its test through the lens of a black hole, and the microscopic origin of black-hole entropy in loop quantum gravity.

**photon ring, black hole shadow, black hole thermodynamics, AdS/CFT duality, holographic superfluids, cosmic censorship conjecture, black hole entropy, loop quantum gravity**

**PACS:** 04.70.Dy, 04.60.Pp, 04.70.-s, 04.20.Dw, 04.25.Dm

**doi:** [10.1360/SSPMA-2022-0039](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0039)